

No basta dar resultados numéricos, hay que justificarlos.

Ejercicio 1. (2 puntos)

Sea la aplicación lineal $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que

$$f(x, y, z, t) = (3x + z + t, 2x + y + z + 5t, x + 2y + z).$$

Calcule las dimensiones de los subespacios $\text{Im} f$ y $\ker f$ y determine una base para cada uno.

Ejercicio 2. (2 puntos)

Calcule el determinante

$$\begin{vmatrix} x & 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & 1 & x \end{vmatrix}$$

Ejercicio 3. (3 puntos)

Del paralelogramo $ABCD$ se conocen los vértices $A = (-1, 1, 1)$, $B = (1, 0, -1)$, $C = (0, 1, 1)$.

- a) Determine las coordenadas del vértice D y del centro M de paralelogramo.
- b) Calcule la distancia de M al lado AB .
- c) Calcule el coseno del ángulo en el vértice B entre los lados AB y BC .

Ejercicio 4. (3 puntos)

Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 4 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

- a) Calcule los autovalores de A .
- b) De una base para cada subespacio invariante asociado con cada autovalor.
- c) Halle una matriz B tal que $B^{-1}AB$ sea una matriz diagonal.